1. **Нелинейная модель движения ЛА**

Квадрокоптер представляет собой летательный аппарат с несущими винтами, диагонально вращающими в противоположных направлениях. Самым распространенным считается квадрокоптер с четырьмя винтами, расположенными по схеме «плюс» или «крест». Винты квадрокоптера – пропеллеры, обитаемые двигателями постоянного тока. На рис. 1 представлена простейшая схема квадрокоптера.



Рис. 1. Расположение винтов квадрокоптера схемы «плюс»: О – центра масс; , ,  − оси системы координат, связанной с корпусом квадрокоптера.

* 1. Системы координат

Для описания движения квадрокоптера используют следующие системы координат (СК):

− Геоцентрическая система координат (ГЦСК) : …

− Географическая система координат (ГСК) : …

− Связанная система координат (ССК) : …

Поскольку скорость полета квадрокоптера достаточно мала, и время полета сравнительно короткое, при изучении динамики полета квадрокоптера, а так же для исследования алгоритмов управления его движением обычно не учитывают кривизну Земли и ее суточное вращение. В таком случае для описания движения квадрокоптера достаточно используют модель плоской Земли, вследствие чего ГЦСК и ГСК совпадают друг с другом, и уравнения движения квадрокоптера приобретают более простые формы. Однако, для исследования работы бортового навигационного оборудования, включающего в себя инерциальную навигационную систему (ИНС), пренебречь влиянием движения Земли на динамику квадрокоптера нельзя. В связи с этим, в работе будем разрабатывать полную математическую модель движения квадрокоптера с использованием более точной моделью Земли.



Рис. 2. Взаимоположение ССК и ГСК

Матрица перехода из ГСК в ССК имеет вид:

 ()

* 1. Уравнения движения квадрокоптера

Сила тяги пропеллера зависит от квадрата его скорости:

; i=1..4,

где  − коэффициент тяги i-ого двигателя,  − угловая скорость вращения i-ого пропеллера.

Суммарная сила тяги всех двигателей в проекциях на оси ССК:

 ()

Сила сопротивления в проекциях на оси ССК:

, ()

где  − коэффициент сопротивления ЛА; , ,  − проекция вектора скорости ЛА на оси ССК.

Сила тяжести в проекциях на оси ГСК:

 ,

где g – ускорение силы тяжести.

Момент, создаваемый двигателями:

 ,

где  − коэффициент момента i-ого двигателя (с пропеллером).

Вектор суммарного момента в проекциях на оси ССК:

 ()

Уравнение динамики движения центра масс ЛА:

,

где  − вектор скорости ЛА относительно земли в проекциях на оси ССК;  − направляющая матрица перехода из ГСК в ССК;  − вектор угловой скорости ЛА в проекциях на оси ССК.

Уравнение динамики движения ЛА вокруг центра масс:

 ,

где , ,  − проекции вектора суммарного момента двигателей на оси ССК, т.е. компоненты вектора ; , ,  − главные моменты инерции ЛА.

Вектор скорости ЛА относительно земли в проекциях на оси ГСК:



Уравнения кинематики движения центра масс ЛА:

 ,

где , ,  − компоненты вектора .

Уравнения кинематики движения ЛА вокруг центра масс:

 ()

Для моделирования движения квадрокоптера следует составить систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику и кинематику его движения:

 ()

1. **Линейная модель движения ЛА**

Анализируя исследования, проведенные по разработке системы автоматического управления движением квадрокоптера, можно сказать, что самым распространенным методом управления является использование ПИД регулятора для стабилизации и управления четырьмя каналами – высота, тангаж, крен и курс.

Как известно, синтез законов управления (определения коэффициентов ПИД регуляторов) удобно выполняется на основе модели движения квадрокоптера в малых отклонениях. Для этого необходимо линеаризовать нелинейную модель движения квадрокоптера относительно так называемых рабочих точек (состояний). Рассмотрим процесс линеаризации нашей модели, разработанной выше в разделе (…).

Обозначая:

 ()

 

Линеаризация матрицы перехода:





Линеаризация уравнения движения центра масс ЛА:

 ()

где

, , ,

,

Уравнения для проекций скорости на оси ССК в скалярном виде:

 ()

Линеаризация уравнения движения ЛА относительно центра масс:

 ()

где , , .

Уравнения для проекций угловой скорости в ССК в скалярном виде:

 ()

Линеаризация уравнений по углам ориентации:



Линеаризация уравнений для вектора земной скорости:

 ()

Уравнения для координат в скалярном виде:

 ,

где ,,− элементы вектора ; ,,− элементы вектора ;,,− элементы вектора .

Линейная модель движения ЛА описывается уравнением вида:

 ()

Продольное движение:

- Вектор состояния (в малых отклонениях):



- Вектор управления (в малых отклонениях):

 ()

Уравнения продольного движения ЛА:



Отсюда получаются следующие матрицы модели ():



Боковое движение:

- Вектор состояния (в малых отклонениях):



- Вектор управления (в малых отклонениях):

 ()

Уравнения бокового движения ЛА:



Отсюда получаются следующие матрицы модели ():

 Математическая модель для контура позиционированного управления:



1. САУ

Обобщенные управления:

 ()

Линейная модель управления:

 ()

где , , ,  − малое отклонение обобщенных управлений относительно опорной точки; **** − малое отклонение угловых скоростей пропеллеров.

Перепишем () в матричном виде:

 ()

где

,  ()

Оттуда получается уравнения для приращения угловых скоростей пропеллеров:



1. ММ мотора

 ()

ПРИМЕР: k=0.936, T=0.178 [**design and control of quadrotors**

**with application to autonomous flying**]